

Physikalisches Anfängerpraktikum
an der Universität Konstanz:

^{60}Co : γ -Spektrum und absolute Aktivität

Experiment durchgeführt am 21.04.2005

Jan Korger, Studiengang Physik-Diplom
Thomas Wurth, Studiengang Physik-Diplom

1 Theorie

1.1 Radioaktivität

Manche Atome (genauer Atomkerne) können sich spontan in ein anderes Isotop oder eine andere Atomsorte umwandeln, man spricht von radioaktivem Zerfall. Man unterscheidet α -Zerfall, bei dem schnelle ^4He -Teilchen ausgesandt werden, β^- -Zerfall – hier werden schnelle Elektronen emittiert – und einige weitere.

Analysiert man die Energie der ausgesandten Teilchen, so stellt man fest, dass das Spektrum der α -Teilchen scharfe Peaks hat, wohingegen das der β -Teilchen kontinuierlich bis zu einer Maximalenergie ist. Peaks und Maximalenergie sind charakteristisch für den Zerfallsprozess. Aus den Peaks schließt man auf diskrete Quantenzustände im Kern.

Nach dem Zerfall bleibt der Atomkern oft in einem angeregten Zustand, d.h. einem Zustand höherer Energie als der des Grundzustandes. Diese Energie kann als elektromagnetische Strahlung frei werden. Hierbei handelt es sich um energiereiche, d.h. kurzwellige, Photonen, genannt γ -Strahlung.

Wegen der hohen Energien ist die Strahlung *ionisierend*.

Der Zerfallszeitpunkt ist absolut zufällig. Der Prozess ist also nicht deterministisch. Jedes Radionuklid oder Isotop hat jedoch eine charakteristische Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$, eine charakteristische Zerfallskonstante λ bzw. ein charakteristisches Zerfallsgesetz ($n = n_0 e^{-\lambda t}$). (Eine dieser Größen genügt zur Charakterisierung; es handelt sich um Mittelwerte über sehr viele Kerne desselben Radionukleids; bei schwachen Präparaten muss man mit statistischen Schwankungen rechnen.)

Die Wahrscheinlichkeiten der möglichen Zerfälle kann man Nukleidkarten (Abbildung 1) entnehmen. Hier werden radioaktive Nukleide nach der Anzahl ihrer Protonen (nach oben) und Neutronen (nach rechts) ähnlich wie im Periodensystem der Elemente systematisch angeordnet.

Atomkerne radioaktiver Nukleide nennt man instabil. Ein Atomkern ist dann stabil (kann nicht weiter zerfallen), wenn es keinen Zustand gibt, der energetisch günstiger ist.

1.1.1 SI-Einheiten

Radioaktivität (A) misst man in *Becquerel*: $1 \text{ Bq} = 1$ Zerfall pro Sekunde. Eine veraltete Aktivitätseinheit ist $1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

Gray ist die Einheit der Energiedosis (D). Sie beschreibt die pro Masse absorbierte Energie: $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$. Eine veraltete Einheit ist: $1 \text{ rad} = 0.01 \text{ Gy}$

Multipliziert man die Energiedosis mit einem von der Art der Strahlung abhängigen biologischen Qualitätsfaktor, der die Wirkung auf (menschliches) Gewebe beurteilt, so erhält man die Äquivalenzdosis (H), oder effektive Dosis gemessen in $1 \text{ Sv} = 1 \text{ Gy}$. Veraltet: rem

Die Ionendosis (J) misst man in C/kg .

27

Ni58 0+	Ni59 7.6E+4 y 3/2-	Ni60 0+	Ni61 3/2-	Ni62 0+	Ni63 100.1 y 1/2-	Ni64 0+	Ni65 2.5172 h 5/2-	Ni66 54.6 h 0+	Ni67 21 s (1/2-)	Ni68 19 s 0+
68.077 EC	EC	26.223	1.140	3.634	β-	0.926	β-	β-	β-	β-
Co57 271.79 d 7/2-	Co58 70.82 d 2+	Co59 7/2-	Co60 5.2714 y 5+	Co61 1.650 h 7/2-	Co62 1.50 m 2+	Co63 27.4 s (7/2)-	Co64 0.30 s 1+	Co65 1.20 s (7/2)-	Co66 0.23 s (3+)	Co67 0.42 s (7/2)-
EC	EC	100	*	β-	β-	*	β-	β-	β-	β-
Fe56 0+	Fe57 1/2-	Fe58 0+	Fe59 44.503 d 3/2-	Fe60 1.5E+6 y 0+	Fe61 5.98 m 3/2-,5/2-	Fe62 68 s 0+	Fe63 6.1 s (5/2)-	Fe64 2.0 s 0+	Fe65 0.4 s	Fe66 0+
91.72	2.2	0.28	β-	β-	β-	β-	β-	β-	β-	β-
Mn55 5/2-	Mn56 2.5785 h 3+	Mn57 85.4 s 5/2-	Mn58 3.0 s 0+	Mn59 4.6 s 3/2-,5/2-	Mn60 51 s 0+	Mn61 0.71 s (5/2-)	Mn62 0.88 s (3+)	Mn63 0.25 s	Mn64	Mn65
100	β-	β-	β-	*	β-	β-	β-	β-	β-	β-
Cr54 0+	Cr55 3.497 m 3/2-	Cr56 5.94 m 0+	Cr57 21.1 s 3/2-,5/2-,7/2-	Cr58 7.0 s 0+	Cr59 0.74 s	Cr60 0.57 s 0+	Cr61	Cr62 0+	Cr63	Cr64 0+
2.365	β-	β-	β-	β-	β-	β-	β-	β-	β-	β-

33

Abbildung 1: Auszug aus der Nukleidkarte von S.Y.F. Chu, L.P. Ekström, R.B. Firestone

1.2 γ -Strahlung

1.2.1 Schwächung der Intensität beim Durchgang durch Materie

Die Stärke harter elektromagnetischer Strahlung nimmt mit der im Material zurückgelegten Wegstrecke d exponentiell ab:

$$I(d) = I(0) \cdot e^{-kd} \tag{1}$$

wobei mit der Ordnungszahl Z des absorbierenden Materials und der Wellenlänge λ für den "linearen Schwächungskoeffizienten" näherungsweise gilt:

$$k \sim Z^{3...4} \lambda^3$$

Daraus lässt sich eine *Halbwertsdichte* berechnen:

$$I(d_{1/2}) = \frac{1}{2}I(0) \Leftrightarrow e^{-kd_{1/2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -kd_{1/2} = \ln \frac{1}{2} \Leftrightarrow d_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \tag{2}$$

Die Absorption ist das Resultat mehrerer Phänomene:

- **Photoabsorption:** Ein Photon kann sofern es über eine bestimmte Mindestenergie verfügt ein Elektron aus der Hülle eines Atoms herausschlagen.
- **Compton-Streuung:** siehe 1.2.2
- **Rayleigh-Streuung** nennt man die kohärente Streuung eines Photons ohne Energieverlust.
- **Paarbildung** bedeutet Erzeugung von Elektron und Positron aus einem Photon. Hierzu von sind Energieen ab ca. 1 MeV erforderlich.

1.2.2 Compton-Streuung und -Spektrum

Ein Photon kann – wie ein klassisches Teilchen – an einem freien¹ Elektron inelastisch gestreut werden, d.h. Impuls und Energie werden an das Elektron übertragen. Wegen $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ ist das nach dem "Stoß" energieärmere Photon langwelliger. Die Änderung der Wellenlänge beträgt (unabhängig von der Wellenlänge)

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) \tag{3}$$

¹Ein Elektron in der äußeren Schale eines Atom kann hier als frei betrachtet werden. Die Bindungsenergie des Elektrons ist klein gegenüber der Energie des Photons.

wobei θ der Ablenkwinkel und m_0 die Elektronen-Ruhemasse ist. Diese Beziehung lässt sich aus Energie- und Impulserhaltungssatz herleiten. Für die Frequenz (und Energie) des gestreuten Photons gilt:

$$E' \sim f'(\theta) = \frac{c}{\frac{c}{f} + \Delta\lambda} = \frac{f}{1 + \frac{hf}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (4)$$

Der Effekt beeinflusst das in 2.1 gemessene Spektrum, da Photonen, die bevor sie den Zähler erreichen nach Compton gestreut worden sind (z.B. an dem Material, in dem sich die Probe befindet), eine Änderung der Wellenlänge erfahren haben. Als Rückstreustrahlung bezeichnet man diejenigen γ -Quanten, die die Probe zunächst in die "falsche" Richtung verlassen haben und dann mit $\theta \approx 180^\circ$ gestreut worden sind.

Unter den Begriffen *Compton-Kontinuum* und *Compton-Kanten* versteht man jedoch einen anderen Effekt: Im Szintillator (siehe 1.2.3) werden γ -Strahlen absorbiert, unter anderem durch Compton-Streuung. Die Energie, die hierbei auf den Absorber übertragen wird, ist – wegen der Winkelabhängigkeit des Compton-Effekts – kontinuierlich, jedoch scharf nach oben begrenzt, da bei $\theta = 180^\circ$ ein Maximum an Energie übertragen wird. Nach (4) gilt für den Energieübertrag:

$$E_{\text{Elektron}} = hf - hf'(\theta = 180^\circ) = hf \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{hf}{m_0c^2}(1 - \cos(180^\circ))} \right) = hf \cdot \frac{2 \cdot \frac{hf}{m_0c^2}}{1 + 2 \cdot \frac{hf}{m_0c^2}} \quad (5)$$

Das Atom befindet sich dann in einem angeregten Zustand. Die Energie kann wieder als Photon emittiert werden. Im Szintillationsspektrum erscheint diese Maximum als Kante. Bei Photonen verschiedener diskreter Frequenzen gibt es dementsprechend mehrere Kanten.

1.2.3 Nachweis und Messung

- **Geiger-Müller-Zählrohr:** 1928 erfanden Hans Geiger und Walter Müller einen Detektor für ionisierende Strahlung. Er besteht aus einem Metallrohr als Kathode und einem Anodendraht. Eine Seite ist ein strahlendurchlässiges Fenster, die andere ein Isolator. Im Innern befindet sich ein Edelgas. Zwischen den beiden Elektroden legt man eine Spannung von mehreren hundert Volt an. Tritt γ -Strahlung ein, ionisiert diese Edelgas-Atome indem Elektronen aus deren äußeren Schale entfernt werden. Diese werden (wenn sie sich nahe genug an der Anode befinden, hier ist das E-Feld wegen der geringen Oberfläche des Anodendrahtes sehr groß) stark beschleunigt und ionisieren durch Stöße andere Gas-Atome. Diese Kettenreaktion ermöglicht einen messbaren Stromfluss. Üblicherweise wird der Spannungsabfall an einem Widerstand im Stromkreis verstärkt und durch einen Lautsprecher oder Lämpchen hör- bzw. sehbar gemacht. Der Strom fließt nicht konstant sondern in Impulsen. Die Anzahl der Impulse pro Zeiteinheit ist ein Maß für die Intensität der Strahlung.
- **Photographischer Effekt:** γ -Strahlen schwärzen wie auch sichtbares Licht photographische Filme. Da γ -Strahlung Materie durchdringt, kann der Film leicht vor Licht geschützt werden und trotzdem die Strahlung nachweisen.
- **Szintillations-Methode:** Energiereiche Teilchen (auch Photonen), die z.B. in einen NaI-Kristall (diesen nennt man dann "Szintillator") eindringen, übertragen ihre gesamte Energie fast vollständig auf die Kristallatome. Diese emittieren dann langwelligere elektromagnetische Strahlung, d.h. im sichtbaren Spektrum. Man beobachtet dann Lichtblitze. Die Zahl der von einem γ -Quant erzeugten Photonen hängt von dessen Energie ab.

Mit einem *Szintillationszähler* (Abbildung 2) kann die Aktivität auch quantitativ gemessen werden: Dazu werden die Photonen mit einem "Photomultiplier" verstärkt, genauer vervielfacht. Anzahl und Energie der Blitze können so erfasst werden – von armen Hiwis oder einer geeigneten Elektronik.

1.3 Raumwinkel

Unter einem Raumwinkel versteht man den Quotienten aus dem Flächeninhalt eines Teilstücks einer Kugeloberfläche S und dem Quadrat des zugehörigen Kugelradius R :

$$\Omega = \frac{S}{R^2}; \quad [\Omega] = \text{sr} = 1 \quad (6)$$

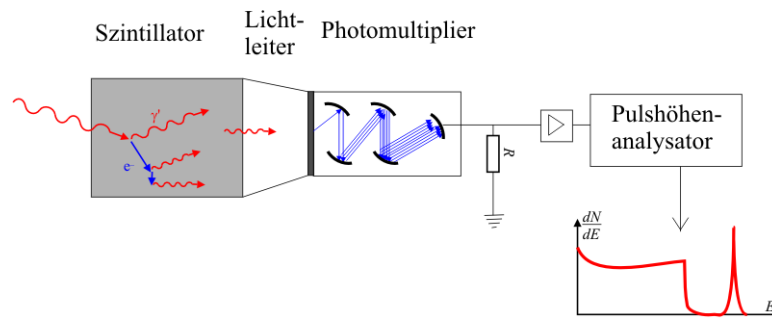


Abbildung 2: Szintillationszähler (wikipedia-Grafik; gemeinfrei)

2 Experiment

2.1 Messung der Energieverteilung der γ -Strahlung einer ^{60}Co -Probe

2.1.1 Durchführung

Wir betreiben den Szintillationszähler mit einem sogenannten *Vielkanalanalysator*, d.h. ein Messgerät, das Photonen in Abhängigkeit ihrer Energie registriert. Das Ergebnis wird wunderbar geplotet. Wir sind glücklich, siehe Anhang.

2.1.2 Energien der Compton-Kanten

siehe 3.4

2.2 Messung der absoluten Aktivität der ^{60}Co -Probe

2.2.1 Durchführung

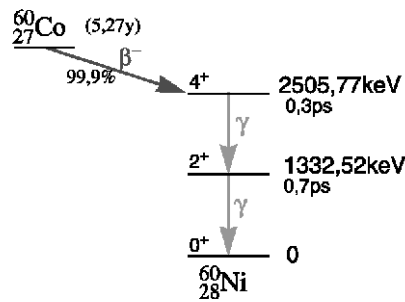
- Zunächst messen wir die Aktivität der Probe mit zwei Zählern N_{1a}, N_{2a} sowie den Nulleffekt beider Zähler N_{1n}, N_{2n} . Wir ermitteln außerdem die Koinzidenzzählrate N_{ca} , d.h. hier, dass immer dann gezählt wird, wenn de facto² gleichzeitig ein von beiden Zählern ein γ -Quant registriert wird.
- Im zweiten Schritt verwenden wir jeweils ein Präparat pro Zähler und schirmen dieses so ab, dass die Strahlung jeweils nur einen der Zähler erreicht und messen N_{1z}, N_{2z} sowie die Koinzidenzrate N_{cz} , was nun bedeutet, dass nur dann gezählt wird, wenn zufällig zur de facto gleichen Zeit beide Zähler je ein Quant registrieren. Wir wählen die Position der Präparate und Zähler so, dass sich die selben Zählraten wie im ersten Schritt ergeben.

2.2.2 Messdaten: Zählereignisse pro Sekunde (Nulleffekt berücksichtigt)

	Channel A	Channel B	Koinzidenz
a)	31.687	24.207	$N_{ca} = 0.117$
z)	30.192	23.364	$N_{cz} = 0.019$
	$N_1 \approx 30.9$	$N_2 \approx 23.8$	$N_{cw} = 0.098$

Wir haben die Zählrate der zufälligen Koinzidenz N_{cz} sowie die gesamte Koinzidenzrate $N_{ca} = N_{cw} + N_{cz}$ gemessen. Daraus erhalten wir die "wahre Koinzidenzrate" N_{cw} . Von wahrer Koinzidenz spricht man, wenn von den beiden Quanten, die nach Abbildung 3 möglich sind – sie werden praktisch gleichzeitig emittiert –, je eins, von einem der Zähler registriert wird.

²innerhalb eines Intervalls von $\approx 0.23 \mu\text{s}$

Abbildung 3: Zerfallsschema von ^{60}Co (nach: Universität Stuttgart: Kernphysikalisches Praktikum)

2.2.3 Ermittlung der absoluten Aktivität N_0 der Probe

Für die Zählraten der beiden Zähler erwarten wir

$$N_i = 2N_0 \epsilon_i \frac{\Omega_i}{4\pi} \quad (7)$$

wobei Ω_i der Raumwinkel, den der Zähler erfasst, ϵ_i dessen Ansprechwahrscheinlichkeit ist.

Man verwendet für die wahre Koinzidenzrate (unabhängige Detektions-Wahrscheinlichkeiten)

$$N_{cw} = 2N_0 \prod_i \left(\epsilon_i \frac{\Omega_i}{4\pi} \right) = \frac{N_1 N_2}{2N_0} \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow N_0 = \frac{N_1 N_2}{2N_{cw}} \approx \frac{30.9 \text{ s}^{-1} \cdot 23.8 \text{ s}^{-1}}{2 \cdot 0.098 \text{ s}^{-1}} \approx 3752 \text{ Bq} \quad (9)$$

Für den Messwert können wir keinen Fehler angeben, da der wir nicht wissen wie groß die statistischen Schwankungen sind. (Schwankungen meint hier nicht nur die Aktivität der Probe, sondern auch die Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählers.) Hierzu müsste man mehrfach messen und die Werte vergleichen.

Systematische Fehler kann man dank der trickreichen Messmethode weitgehend ausschließen. Wichtig ist lediglich, sicherzustellen, dass beide Zähler je stets denselben Anteil der Quanten sowie denselben Raumwinkel registrieren – oder, dass diese Größen zumindest statistisch schwanken.

Der Fehler durch verstrahlte Studenten, den Röntgenversuch nebenan, diverse KKWs und Atombomben wird durch die Nulleffektmessung ausgeglichen.

2.2.4 Vergleich mit dem erwarteten Wert

Auf der Probe finden wir den Text “ ^{60}Co 8.0UC 2/23/72”, den wir lesen als:

$$A(23.02.1972) = 8.0 \mu\text{Ci} = 2.96 \cdot 10^5 \text{ Bq} \quad (10)$$

Die Halbwertszeit beträgt³ $T_{\frac{1}{2}} = 1925.1$ Tage, d.h. nach Zerfallsgesetz gilt

$$A(T_{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} A(0) \quad (11)$$

$$A(t) = A(0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}} \quad (12)$$

$$A(21.04.2005) = A(23.02.1972) \cdot 2^{-\frac{12131 \text{ d}}{1925.1 \text{ d}}} = 3753 \pm 23 \text{ Bq} \quad (13)$$

Theoretischer Wert und Messwert liegen erstaunlich nahe. Der durch Messung ermittelt Wert liegt innerhalb der durch die Genauigkeit der Angabe auf der Probe gegebenen Fehlergrenzen des Theoriewertes.

³nach: R.R.Kinsey, et al., The NUDAT/PCNUDAT Program for Nuclear Data

3 Fragen und Aufgaben

3.1 Aktivität von 1 g ^{226}Ra

$$n(t) = n(0)e^{-\lambda t}; \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (14)$$

$$\Rightarrow A(t) = -\frac{dn}{dt} = n(0)\lambda e^{-\lambda t} \quad (15)$$

$$\Rightarrow 1 \text{ Ci} = A(0) = n(0)\lambda = \frac{mN_a}{M} \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 2.66 \cdot 10^{21} \cdot 1.36 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} = 3.61 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \quad (16)$$

Literaturwert: $1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$ ⁴

3.2 Compton-Effekt im Szintillationspektrum

siehe 3.4

3.3 Rauschen im Photomultiplier

Das Rauschen im Photomultiplier folgt der nach Owen Willans Richardson benannten Gleichung (Stichwort "Glühemission"):

$$I = AT^2 \exp\left(-\frac{W_A}{k_B T}\right) \quad (17)$$

W_A bezeichnet die Austrittsarbeit, A nennt man Richardson-Konstante. Durch Kühlen lässt sich das Rauschen mindern.

3.4 Compton-Kanten

Die beiden γ -Quanten erzeugen gemäß (5) je eine Compton-Kante:

Energie des Photons (aus dem Zerfallsschema)	Maximale Energie des Elektrons (Kante im Spektrum)
1173 keV	963 keV
1333 keV	1119 keV

3.5 Zufallskoinzidenzen messen

"Die Abbildung fehlt leider noch"

Sind zwei Proben und Zähler so angeordnet, dass beide Zähler von je genau einer Probe erreicht werden, und werden in beiden Zählern zur gleichen Zeit je ein Quant registriert, so muss der zeitliche Zusammenhang rein zufällig sein. Die beiden Photonen können nicht vom selben Zerfallsakt stammen.

BTW: Blöde Frage.

3.6 "praktisch undurchdringbarer" Bleiziegel

Nach (2) ist die Halbwertsbreite $d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = 9.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Zehn Halbwertsbreiten sind also etwa 10 cm. Wir waren während des Versuchs γ -Strahlung ausgesetzt!

⁴nach: CODATA

3.7 Näherung

Bei der Herleitung der Zufallskoinzidenzrate

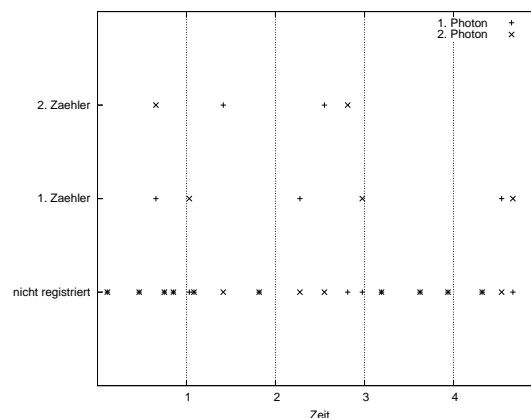
$$N_{cz} = \left(\sum_j \tau_j \right) \prod_i N_i \quad (18)$$

betrachtet man die Wahrscheinlichkeit, dass im Koinzidenzzeitraum je genau ein Photon den Zähler erreicht. Das vernachlässigt Doppelzufallskoinzidenzen.

3.8 Verbesserung der Statistik durch stärkeres Präparat

Wegen $N_i \sim N_0$ ist $N_{cw} \sim N_0$, $N_{cz} \sim N_0^2$. Das Signal wächst also linear mit N_0 , das Rauschen quadratisch. Folglich hat man bei starken Präparaten ein schlechteres Signal-Rausch-Verhältnis.

3.9 Koinzidenzen



- 0 – 1: wahre Koinzidenz
- 1 – 2: Zufallskoinzidenz
- 2 – 3: Doppelzufallskoinzidenz

3.10 Paarbildung

Zur Paarerzeugung sind Energien von über 1.02 MeV nötig., das ist die Ruheenergie des Elektron-Positron-Paares. Mit den γ_2 -Quanten ist Paarbildung energetisch möglich.

3.11 Paarbildung, die 2.

Energie und Impuls eines Photons: $E_\gamma = hf$, $p_\gamma = \frac{hf}{c}$

Geschwindigkeit der erzeugten Teilchen: $E_\gamma = 2m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{hf}{2m_e}}$

Impuls eines der Teilchen: $p_e = m_e v = \sqrt{\frac{hf m_e}{2}}$

beide Teilchen, gleiche Richtung: $p = \sqrt{2hf m_e} = \frac{hf}{c} \cdot \sqrt{\frac{m_e c^2}{hf}} < p_\gamma$, da $m_e c^2 < hf$

A Literatur

- Bern-Uwe Runge: Versuchsanleitungen zum physikalischen Anfängerpraktikum
<http://ap.physik.uni-konstanz.de/Anleitungen.html>
- Wikipedia, die freie Enzyklopädie
<http://de.wikipedia.org>
- G. M. Kalvius: Physik IV
5. Auflage, 1999, Oldenburg Verlag München
- Prof. Manfred Simon: Compton effect
http://www.google.com/url?sa=U&start=2&q=http://ida1.physik.uni-siegen.de/praktikum/compt_e.pdf&e=10053
- Horst Stöcker: Taschenbuch der Physik
5. Auflage, 2004, Verlag Harri Deutsch