

Protokoll zum
physikalischen Anfängerpraktikum
O1: Fraunhofer'sche Beugung am Spalt

Jan Korger (561543), Physik Diplom, 2. Fachsemester
Marc Weber (548976), Physik-Diplom, 2. Fachsemester

durchgeführt am 10.05.2004

1 Theorie

1.1 Interferenz

Mehrere einzelne, aufeinandertreffende Wellen ergeben durch ganz normale Amplitudenaddition die resultierende Welle. Also Berge und Täler schwächen sich gegenseitig ab, wohingegen Berge und Täler sich jeweils verstärken.

1.2 Kohärenz

Als Kohärenz bezeichnet man die Eigenschaft einer elektromagnetischen Welle eine definierte Phasenbeziehung im Vergleich zu den (sowohl zeitlich als auch räumlich) umgebenden Wellen zu haben. (Manchmal unterscheidet man auch zwischen zeitlicher und räumlicher Kohärenz.)

1.3 Huygensches Prinzip

Nach Huygen kann man den zeitlichen Verlauf einer Welle einfach beschreiben, indem in jedem Punkt der Welle eine neue Welle (in alle Richtungen!) mit gleicher Amplitude entsteht. Diese vielen Einzelwellen interferieren natürlich und ergeben so eine neue Wellenfront.

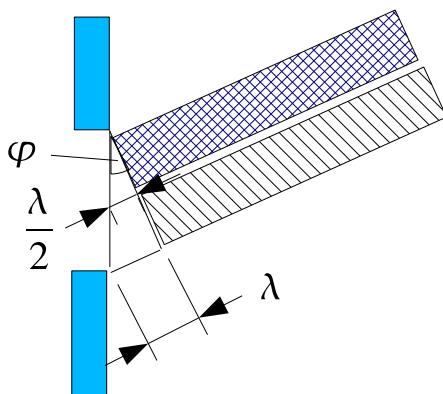
1.4 Unterschied zwischen Fraunhoferschen und Fresnelschen Beugung/Betrachtung

Fresnel geht von einem konvergenten beleuchtendem Lichtstrahl aus, wohingegen Fraunhofer von einem parallelen Lichtstrahl, welchen man in der Brennebene einer Linse beobachtet. Im Versuch liegt die Fraunhofersche Betrachtung vor.

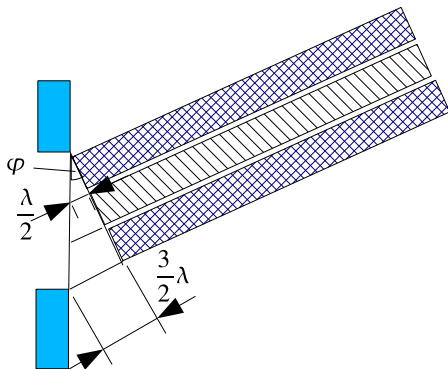
1.5 Beugung

Nach dem HUYGENSSchen Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfront auch Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Trifft die Wellenfront also auf ein Hindernis, das sie nur in einem Punkt passieren lässt, bildet sich eine Elementarwelle aus. Das bedeutet für eine Lichtwelle, dass sich das Licht nicht mehr geradlinig hinter dem Hindernis ausbreitet, sondern gebeugt wird. Dies wiederum bedeutet, dass der Bereich hinter dem Hindernis vom Licht der Elementarwelle beleuchtet wird. Da es nicht möglich, einen Spalt so eng zu machen, dass nur eine einzige Elementarwelle entsteht, kommt es zu Interferenz vieler Elementarwellen.

1.6 Beugung am Spalt



Lichtstrahlen, die sich vom Spalt aus auf der karierten Fläche ausbreiten, und Lichtstrahlen, die sich in Richtung der linierten Schraffur ausbreiten, interferieren miteinander destruktiv, weil zu jeder Phase im anderen Bereich eine Lichtwelle ist, die genau um $\lambda/2$ verschoben ist. \Rightarrow Dunkelstelle in dieser Richtung



Lichtstrahlen in Richtung der Karoschraffur und Lichtstrahlen in Richtung der linierten Schraffur interferieren miteinander destruktiv, aber Lichtwellen der Karoschraffur überwiegen \Rightarrow Maximum in diese Richtung

Aus der Grafik ergibt sich direkt: Dunkelstellen, wenn:

$$\sin \varphi = \frac{n\lambda}{\text{Spaltbreite}} \quad \text{mit } n \in \{1, 2, \dots\}$$

und Maxima bei:

$$\sin \varphi = \frac{n\lambda + 0,5}{\text{Spaltbreite}}$$

2 Experiment

2.1 Zubehör

Hg-Dampf-Lampe; Kondensorlinse ($f = 65 \text{ mm}$); 2 Spalte; 2 Linesen ($f = 200 \text{ mm}$); 1 Okular auf Meßspindel; 1 Interferenzfilter; 2 Lochblenden mit stufenweise veränderbarem Lochdurchmesser; zur Vermessung der Spaltweite des Beugungsspalt zusätzlich 1 Linse ($f = 80 \text{ mm}$) als Mikroskopobjektiv und 1 Eichmaßstab.

2.2 Eichung der Mikrometerschraube

Mit der Linse $f = 80 \text{ mm}$ und dem Okular baue man ein Eichmikroskop, eiche dieses durch Vermessen des Eichmaßstabes mittels der Meßspindel (auch hierbei auf "toten Gang" achten!) und bringe darauf den Beugungsspalt zu Eichung der Mikrometerschraube an die bisherige Stelle des Eichmaßstabes. Mindestens fünf verschiedene Spaltweiten des Beugungsspalt sind zu messen.

Mit der Skala am Okular misst man $28,39 - 18,83 \text{ mm} = 9,56 \text{ mm}$ für einen 2 mm breiten Maßstab an Stelle des Spalt. Dies wird verwendet um die abgelesenen Werte unten umzurechnen.

Per Eichmikroskop festgehaltene Werte zur Eichung der Mikrometerschraube des Spalt:

Skala am Spalt (x_i)	Skala am Okular	Spaltbreite [mm] (y_i):
35	$17,90 - 17,66 = 0,24$	0,05020
35	$18,02 - 17,85 = 0,17$	0,03556
50	$17,80 - 17,65 = 0,15$	0,03138
50	$17,73 - 17,59 = 0,14$	0,02928
100	$22,83 - 18,26 = 4,57$	0,95604

Nach dem Runge-Skript ergibt sich die Ausgleichsgerade $y = A + B \cdot x$ mit

$$A_{best} = \frac{(\sum_{i=1}^N x_i^2)(\sum_{i=1}^N y_i) - (\sum_{i=1}^N x_i)(\sum_{i=1}^N x_i y_i)}{\Delta}$$

$$B_{best} = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - (\sum_{i=1}^N x_i)(\sum_{i=1}^N y_i)}{\Delta}$$

$$\Delta = N(\sum_{i=1}^N x_i^2) - (\sum_{i=1}^N x_i)^2$$

zu

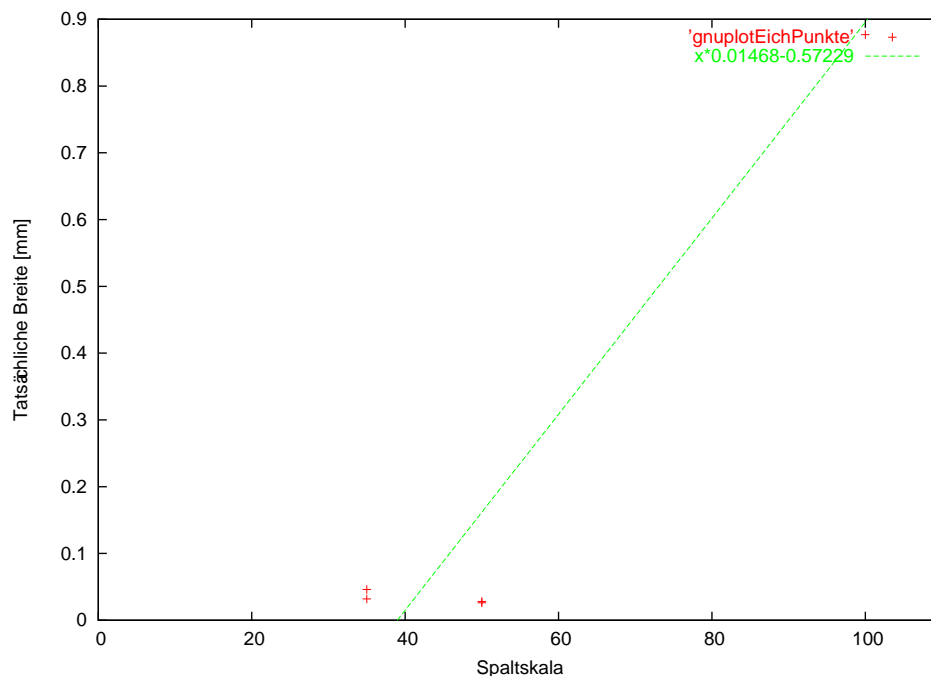
$$\text{Spaltbreite} = \text{Spaltskala} \cdot 0,013 - 0,53$$

Mittlerer Fehler der y_i :

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - (A_{Best} + B_{best} \cdot x_i))^2 = 0,016$$

$$\sigma_A^2 = \frac{\sigma_y^2 \sum_{i=1}^N x_i^2}{\Delta} = 0,02$$

$$\sigma_B^2 = \frac{N \sigma_y^2}{\Delta} = 0,02$$



Offensichtlich war die Messung der Spaltbreite so ungenau, dass eine weitere sinnvolle Auswertung kaum möglich erscheint. Die Ausgleichsgerade suggeriert bei 25 Skalenteilen ein bereits geschlossenen Spalt. Wir haben jedoch u.A. bei dieser Spaltbreite die Interferenzerscheinungen beobachtet. (Der Versuch die Spaltbreite bei 25 Skalenteilen direkt zu messen, scheiterte ebenfalls. Die Intensität war sehr schwach und es traten Interferenzerscheinungen auf.)

2.3 Messung der Beugungsmaxima

Ausleuchtung des Beleuchtungsspalttes mittels Kondensorlinse; Beleuchtungsspalt mittels der beiden Linsen mit $\varphi = 200\text{mm}$ scharf abbilden und (bei engem Beleuchtungsspalt) durch das Okular betrachten;

zwischen die beiden – Linsen paralleler Strahlenverlauf! Autokollimation! – bringe man Interferenzfilter und Beugungsspalt. Sodann sind die Abstände verschiedener Beugungsmaxima sich einander entsprechender Beugungsordnungen links und rechts vom Maximum nullter Ordnung zu messen, und zwar für mindestens fünf verschiedene Spaltweiten des Beugungsspaltes, dessen Öffnung an Hand der ungeeichten Mikrometerschraube in Skalenteilen reproduzierbar („toten Gang“ beachten!) festgestellt werden.

n bezeichnet die Ordnung des Beugungsmaximumswz

\max_r bezeichnet den rechten Rand des hellen Flecks, in dessen Mitte das Maximum das Maximum liegt

\max_l bezeichnet analog den linken Rand

\max bezeichnet die aus den beiden oberen Werten errechnete Position des Maximums

x bezeichnet den Abstand des Maximums vom Maximum 0. Ordnung

Alle Angaben in Skalenteilen der Mikrometerschraube (mm).

2.3.1 Skala der Mikrometerschraube am Beugungsspalt: 25

n	\max_r	\max_l	\max	x
3	11,4	12,31	11,855	8,755
2	12,57	14,29	13,43	7,18
1	18,7	19,36	19,03	1,58
0	19,77	21,45	20,61	0
1	22,21	22,57	22,39	1,78
2	23,18	23,81	23,495	2,885
3	24,89	25,37	25,13	4,52

2.3.2 Skala der Mikrometerschraube am Beugungsspalt: 30

n	\max_r	\max_l	\max	x
3	17,61	18,08	17,845	2,805
2	18,41	19,91	19,16	1,49
1	19,17	19,76	19,465	1,185
0	19,91	21,39	20,65	0
1	21,56	22,14	21,85	1,20
2	22,36	22,94	22,65	2,00
3	23,19	23,75	23,47	2,82

2.3.3 Skala der Mikrometerschraube am Beugungsspalt: 35

n	\max_r	\max_l	\max	x
3	18,33	18,71	18,52	2,495
2	18,97	19,32	19,145	1,87
1	19,56	19,98	19,77	1,25
0	20,85	21,18	21,015	0
1	21,42	21,74	21,58	0,56
2	22	22,44	22,22	1,21
3	22,59	23,01	22,8	1,78

2.3.4 Skala der Mikrometerschraube am Beugungsspalt: 40

n	\max_r	\max_l	max	x
3	19,82	19,07	19,445	1,24
2	19,31	19,62	19,465	1,22
1	19,81	20,2	20,005	0,680
0	20,26	21,11	20,685	0
1	21,26	21,56	21,41	0,724
2	21,73	22,06	21,895	1,21
3	22,21	22,51	22,36	1,675

2.3.5 Skala der Mikrometerschraube am Beugungsspalt: 45

n	\max_r	\max_l	max	x
3	19,23	19,34	19,285	1,345
2	19,49	19,72	19,605	1,025
1	19,98	20,15	20,065	0,565
0	20,36	20,9	20,63	0
1	21,2	21,32	21,26	0,63
2	21,48	21,73	21,605	0,975
3	22,09	22,16	22,125	1,495

2.4 Verdetsche Koherärenzbedingung bestätigen

Man variiere die Spaltweite des Beleuchtungsspalt bis die Beugungsbilder verschwinden.
Bei einer Spaltweite von ca 4mm verschwanden bei uns die Interferenzerscheinungen.

2.5 Beugung an der Lochblende

Man betrachte die entsprechenden Beugungserscheinungen an Lochblenden; dabei beachte man auch die durch eventuell in den Lochblenden vorhandene Staubteilchen erzeugten Beugungsfiguren (Babinet'sches Theorem)

Man erkennt unregelmäßige Beugungsfiguren.

3 Fragen

3.1 Wieso treffen die um den Winkel α gegen die optische Achse am Spalt S_2 gebeuten Strahlen die rechte Brennebene der Linse L_2 im Abstand $x = f \cdot \tan \alpha$ von der optischen Achse?

Die Beziehung folgt aus einer geometrischen Betrachtung des Versuchsaufbaus (vgl. Zeichnung "Strahlengang" auf Seite 3 der Versuchsanleitung).

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\text{Abstand zur Optischen Achse}}{\text{Abstand Lineal zu Spalt}}$$

3.2 Wieso soll das Interferenzfilter F in dem Bereich aufgestellt werden, in dem die Strahlen unter sich parallel verlaufen?

Der Interferenzfilter ist so konzipiert, dass er, durch mehrere Spiegelungen des Lichts an eng beieinanderliegenden Schichten (vgl. schillender Ölfilm) nur genau eine Wellenlänge in den Schichtabstand „passt“. Dadurch tritt nur genau bei dieser Wellenlänge konstruktive Interferenz auf, alle anderen schwächen

sich durch mehrmalige Spiegelungen selbst. So erhält man ein relativ schmales Frequenzspektrum, dass vom Filter durchgelassen wird. Wäre nun das Licht nicht parallel, würde ein Teil des Lichts den Filter schräg passieren, also einen anderen (größeren) Schichtabstand durchlaufen. Dadurch würde ein anderer Frequenzbereich durchgelassen.

3.3 In welche Richtung des optischen Spektrums ändert sich die Wellenlänge des vom Interferenzfilter F durchgelassenen Lichtes, wenn das Licht unter kleinerem Winkel als 90° gegen die Filterebene durch das Filter tritt?

Für den Gangunterschied beim Interferenzfilter gilt:

$$\Delta = 2d\sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha}$$

Für kleinere Winkel α ergibt sich ein kleineres Δ und wegen der Interferenzbedingung $\Delta = k\lambda \Leftrightarrow \lambda = \Delta/k$ wird auch λ für alle k kleiner. Folglich ändert sich die Wellenlänge zum kürzerwelligen Teil des Spektrums hin.

3.4 Wozu dient der Beleuchtungsspalt? Was ist kohärentes Licht?

Der Beleuchtungsspalt dient dazu kohärentes Licht zu erzeugen. Siehe Theorie-Teil.

3.5 Wieso ist für die Interferenz im Interferenzfilter kein Beleuchtungsspalt erforderlich?

Jede Lichtwelle interferiert mit sich selbst. Ist der Gangunterschied $\Delta = k\lambda$ so interferiert sie konstruktiv. Andere Wellenlängen kommen nicht durch, da sie immer "Auslöschungspartner" finden. Am Spalt müssen zum Vergleich mehrere nebeneinanderliegende Wellenzüge miteinander interferieren. Dafür ist dann Kohärenz erforderlich.

3.6 Warum sind Interferenzfilter gewöhnlich auf der einen Seite farbig, auf der anderen silbrig verspiegelt?

Der eigentliche Interferenzfilter (aus Schichten, die silbrig erscheinen), lässt nicht nur die gewünschte Wellenlänge passieren, sondern auch beliebige ganzzahlige Vielfache davon. Ein zusätzlicher Farbfiler absorbiert die unerwünschten Wellenlängen.

4 Aufgaben

4.1 optischer Gangunterschied zweier benachbarter Strahlen beim Interferenzfilter

Die geometrische Wegdifferenz ist: $\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AD}$. Die optische Wegdifferenz ist $u(\overline{AB} + \overline{BC}) - \overline{AD}$.

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \frac{d}{\cos \beta} = \overline{BC} \\ \Rightarrow u(\overline{AB} + \overline{BC}) &= u \frac{2d}{\cos \beta} \\ \overline{AD} = \overline{AC} \sin \alpha &= 2d \tan \beta \sin \alpha \end{aligned}$$

Mit

$$\tan \beta = \frac{\overline{AC}}{2d} \Leftrightarrow \overline{AC} = 2d \tan \beta$$

ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Delta &= u \frac{2d}{\cos \beta} - 2d \tan \beta \sin \alpha \\ &= 2d \frac{u}{\cos \beta} - 2d \sin \alpha \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \\ &= \frac{2d}{\cos \beta} \left(u - \sin \alpha \sin \beta \right)\end{aligned}$$

Mit

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = u$$

ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{2d}{\cos \beta} \left(u - u \sin^2 \beta \right) \\ &= \frac{2d}{\cos \beta} u \left(\cos^2 \beta \right) \\ \Delta &= 2du \cos \beta\end{aligned}\tag{1}$$

Und

$$\begin{aligned}u^2 = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} &\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = u^2 (1 - \cos^2 \beta) \\ &\Leftrightarrow u \cos \beta = \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha}\end{aligned}\tag{2}$$

Aus (1) und (2) ergibt sich:

$$\Delta = 2d \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha}$$

4.2 Minima der Fraunhofer'schen Beugung am Spalt

Siehe Beugung im Theorieteil.

Bei einem Gitter, dessen Gitterkonstante gleich der Spaltbreite ist, beobachtet man Maxima an den Stellen, bei denen man am Spalt Minima beobachtet hat. (Herleitung analog Spalt)

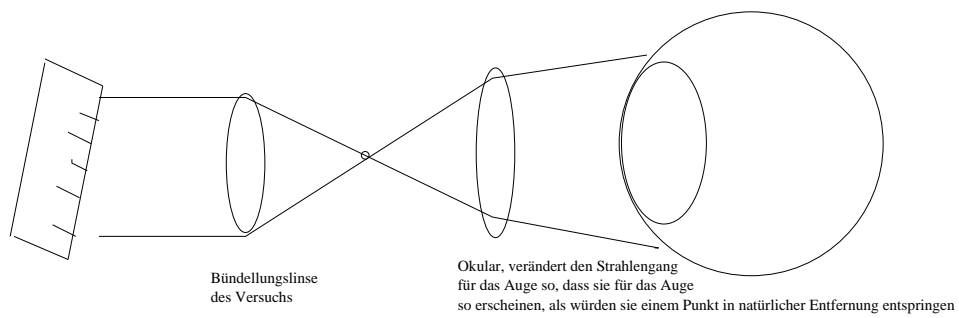
4.3 Warum verschwinden die Beugungserscheinungen am Spalt S_2 , wenn der Beleuchtungsspalt zu weit geöffnet wird?

Nach Huygen gehen von jeder Stelle des Beleuchtungsspalt es Elementarwellen aus. Jede dieser Elementarwellen wird am Spalt gebeugt und erzeugt ein Interferenzmuster. Diese Interferenzmuster überlagern sich. Folglich beobachtet man ausgedehnte Maxima. Die Breite der Maxima ist gleich der Breite der Abbildung des Beleuchtungsspalt es. Die Breite dieser ausgedehnten Maxima darf natürlich nicht breiter werden als der Abstand zwischen den ersten beiden Minima: Der Abstand zur Dunkelstelle ist für kleine Winkel $x = a \cdot \frac{n\lambda}{D}$ mit Spaltbreite D und Abstand zwischen Schirm und Beugungsspalt $a = f_2$ und $n = 1$. Mit Hilfe der Strahlensätze ist auch schnell ein Ausdruck für die Breite der Maxima gefunden: $Breite = \frac{f_2}{f_1} \cdot S$ mit S = Beleuchtungsspaltbreite, f_1 = Brennweite der ersten Linse, f_2 Brennweite der zweiten Linse. Also $2 \cdot a \cdot \frac{\lambda}{D} > \frac{f_2}{f_1} \cdot S$. Drückt man dann noch die Breite des Beugungsspalt es über Öffnungswinkel u der Strahlen, die den Beleuchtungsspalt verlassen, aus ($D = 2f_1 \sin u$), so ergibt sich die Verdet'sche Kohärenzbedingung: $S \sin u \leq \lambda$.

$$D \cdot \sin u \leq \lambda$$

D := breite des Beleuchtungsspalt es, u := effektiver halber Öffnungswinkel hinter S_1

4.4 Strahlengang des Eichmikroskopes zeichnen



Das Okular bestand in unserem Fall aus mehreren Linsen.

5 Literatur

- W. Walcher: Praktikum der Physik
- <http://www.de.wikipedia.org>