

Protokoll zum
physikalischen Anfängerpraktikum:
Elementarladung nach Millikan

Jan Korger, Studiengang Physik-Diplom, Universität Konstanz
Sonja Bernhardt, Studiengang Physik-Diplom, Universität Konstanz

durchgeführt am 07.10.2004

1 Einleitung

Robert Andrews Millikan, ein US-amerikanischer Physiker, erhielt 1923 den Nobelpreis für Physik für den nach ihm benannten Öltröpfchenversuch zur Bestimmung der Elementarladung e , das ist die kleinste makroskopisch beobachtete Ladung, die Betrag der Ladung eines Elektrons oder Protons.

Der Millikan-Versuch war der erste direkte Beweis für die Existenz elektrischer Energiequanten.

2 Experiment

2.1 Bestimmung der Elementarladung

2.1.1 nach Millikan

Öltröpfchen werden durch einen Zerstäuber in einen horizontalen Plattenkondensator eingebracht. Zufällig sind manche dieser Tröpfchen geladen. Man notiert die Spannung, die notwendig ist um ein Tröpfchen zum Schweben zu bringen, sowie die Sinkgeschwindigkeit dieses Tröpfchens ohne elektrisches Feld. Das Innere des Plattenkondensators kann durch ein Mikroskop oder über eine Kamera mit Skala zur Geschwindigkeitsbestimmung und geeigneter Beleuchtung beobachtet werden.

Am Öltröpfchen, das man stets als Kugel mit Radius r annimmt, wirken:

- Gravitationskraft:

$$F_G = \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho_{\text{Öl}} g \quad (1)$$

- Auftriebskraft:

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho_{\text{Luft}} g \quad (2)$$

- Reibungskraft nach Stokes:

$$F_R = 6\pi\eta r v_0 \quad (3)$$

- elektrische Kraft im E-Feld des Plattenkondensators:

$$F_E = qE = \frac{qU}{d} \quad (4)$$

mit den Dichten von Öl und Luft $\varrho_{\text{Öl}}$, ϱ_{Luft} , der Viskosität der Luft η , der Sinkgeschwindigkeit v_0 und dem Abstand der Kondensatorplatten d .

Ohne elektrische Feld stellt sich wegen der Stokes'schen Reibung eine konstante Sinkgeschwindigkeit ein. Es herrscht das Kräftegleichgewicht

$$F_G = F_R + F_A \quad (5)$$

woraus man r berechnen kann:

$$r = 3\sqrt{\frac{\eta v_0}{2g(\varrho_{\text{Öl}} - \varrho_{\text{Luft}})}} \quad (6)$$

Legt man am Kondensator eine Spannung an, stellt sich wieder ein Kräftegleichgewicht mit konstanter Steiggeschwindigkeit ein:

$$F_E + F_A = F_G + F_R \quad (7)$$

woraus sich die Ladung des Tröpfchens q berechnen lässt:

$$q = 18\pi \cdot \frac{d}{U} \cdot \sqrt{\frac{\eta^3 v_0}{2g(\varrho_{\text{Öl}} - \varrho_{\text{Luft}})}} \cdot (v_0 + v_1) \quad (8)$$

Bei vielfachen Wiederholung des Versuchs stellt man fest, dass nur ganzzahlige Vielfache eines bestimmten Wertes auftauchen. Man bezeichnet diesen Wert als die Elementarladung e .

2.1.2 nach Beste

Man wählt ein Tröpfchen, um an diesem viele Messungen gemäß Abschnitt 2.1.1 durchzuführen. Mit Hilfe von radioaktiver – ionisierender – Strahlung führt man zwischen den Messungen eine Veränderung der Ladung herbei. Die so gewonnenen Daten wertet man zunächst wie oben beschrieben aus.

Hat man ausreichend Messungen mit dem selben Tröpfchen (d.h. mit dem selben Radius) durchgeführt, reicht das bereits aus, um hieraus auf die Elementarladung e_* zu schließen.

Man erhält so verschiedene Werte für e in Abhängigkeit des Radiuses, was sich jedoch erklären lässt: Das Stokes'sche Reibungsgesetz hat streng genommen bei derart kleinen Partikel keine Gültigkeit. Nach Cunningham muss die Viskosität in (3) um einen Faktor korrigiert werden:

$$\eta_C = \frac{1}{1 + \frac{A\lambda}{r}} \cdot \eta = \frac{1}{1 + \frac{B}{pr}} \cdot \eta \quad (9)$$

wobei λ die mittlere freie Weglänge der Moleküle in Luft, p der Luftdruck ist. A und B sind empirisch zu bestimmende Konstanten.

Wendet man (9) auf (8) an, findet man einen Zusammenhang zwischen der ohne Korrektur ermittelten Ladung q_* und der gemäß Cunningham korrigierten q_C :

$$(q_C)^{\frac{2}{3}} = \left(1 + \frac{B}{pr}\right) \cdot (q_*)^{\frac{2}{3}} \quad (10)$$

Also gilt für korrigierte Elementarladung:

$$e_C = \left(1 + \frac{B}{pr}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e_*(r) \quad (11)$$

$$\Rightarrow e_*(r) = \left(1 + \frac{B}{pr}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot e_C \quad (12)$$

Den Wert der Cunningham'schen Korrektur-Konstanten B erhält man durch Minimierung der Fehlerquadrate.

2.2 Durchführung

Da die radioaktive Quelle nicht funktionierte wurde auf die komplizierte Messung nach 2.1.2 verzichtet und der Millikan-Versuch in seiner klassischen Form durchgeführt:

Für verschiedene Öltröpfchen (und zwar solche, die sich offensichtlich in Gewicht und Ladung unterscheiden) wurden je mehrmals Sink- und Steiggeschwindigkeit v_0 und v_1 bestimmt. Hierzu wurde die Öltröpfchen-Kammer durch eine Kamera beobachtet. Der Monitor war mit einer Skala versehen, diese wurde an Hand des bekannten Plattenabstandes geeicht.

2.3 gegebene Größen

- Plattenabstand des Kondensators: $d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- Dichte des Öls: $\rho_{\text{Öl}} = 0.863 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Dichte der Luft: $\rho_{\text{Luft}} = 0.001 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Viskosität (Reibungskoeffizient) der Luft: $\eta = 1.832 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
- Cunnigham-Konstante: $B = 8.20 \text{ Pa m}$

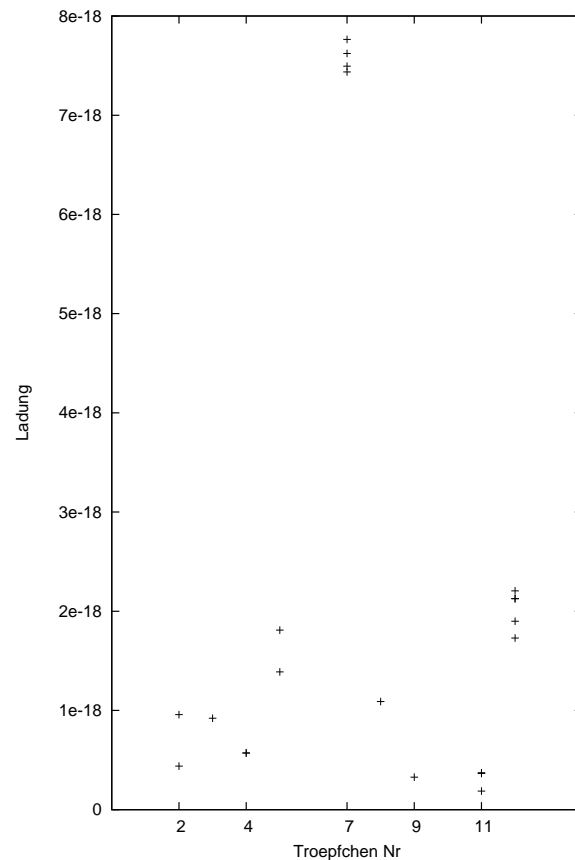
2.4 Auswertung

Zu jedem Öltröpfchen wurde die Sinkgeschwindigkeit aus dem Mittelwert aller Messungen ohne E-Feld ermittelt, da diese Geschwindigkeit alleine von der Größe des Tröpfchen abhängt und diese sich während des Versuches nicht ändert.

Die Steiggeschwindigkeit, die vom Betrag der Ladung abhängt, wird nicht gemittelt, da hier nicht ausgeschlossen werden kann, dass die Ladung sich zwischen zwei Messungen spontan geändert hat. Auch die Daten sprechen hierzu keine eindeutige Sprache. Die Ladung wird gemäß (8) und (10) ermittelt. Die Cunningham-Konstante ist der Versuchsanleitung entnommen. Der Luftdruck betrug laut digitalem Barometer unter Beachtung der internationalen Höhenformel 96001 Pa

Die Grafik links zeigt die ermittelte Ladung. Werte, die zu einem Tröpfchen gehören, wurden zur besseren Übersicht übereinander geplottet. Schon auf den ersten Blick erkennt man, dass man auf Grund dieser geringen Anzahl von Messwerten keine eindeutige Aussage über die Elementarladung machen kann. Die genauen Zahlenwerte gibt die folgende Tabelle wieder.

Kennt man den wahren Wert e , kann man die Anzahl der Elementarladungen auf einem Tröpfchen schätzen und die Abweichung ermitteln. Der zunächst klein erscheinende prozentuale Fehler liegt absolut oft bei mehr als einer Elementarladung.



Tröpfchen Nr	Sinkgeschwindigkeit	Steiggeschwindigkeit	Ladung q in C	Ladungen	Fehler
	v0 in m/s	v1 in m/s			
2	+1.075E-05	+2.770E-04	+4.388E-19	3	-8.59%
2	+1.075E-05	+6.178E-04	+9.584E-19	6	-0.16%
3	+1.790E-05	+4.511E-04	+9.225E-19	6	-3.91%
4	+6.828E-05	+8.074E-05	+5.725E-19	4	-10.54%
4	+6.828E-05	+8.029E-05	+5.708E-19	4	-10.82%
5	+6.238E-05	+4.306E-04	+1.810E-18	11	+2.86%
5	+6.238E-05	+3.158E-04	+1.389E-18	9	-3.56%
7	+5.044E-04	+2.256E-04	+7.622E-18	48	-0.76%
7	+5.044E-04	+2.134E-04	+7.494E-18	47	-0.34%
7	+5.044E-04	+2.078E-04	+7.436E-18	46	+1.03%
7	+5.044E-04	+2.392E-04	+7.764E-18	49	-0.96%
8	+8.457E-05	+1.705E-04	+1.090E-18	7	-2.64%
9	+6.341E-05	+2.514E-05	+3.278E-19	2	+2.44%
11	+4.516E-05	+7.411E-05	+3.727E-19	2	+16.46%
11	+4.516E-05	+7.177E-05	+3.654E-19	2	+14.18%
11	+4.516E-05	+1.486E-05	+1.876E-19	1	+17.22%
12	+1.105E-04	+2.435E-04	+1.730E-18	11	-1.70%
12	+1.105E-04	+2.783E-04	+1.900E-18	12	-1.04%
12	+1.105E-04	+3.247E-04	+2.127E-18	13	+2.25%
12	+1.105E-04	+3.247E-04	+2.127E-18	13	+2.25%
12	+1.105E-04	+3.409E-04	+2.206E-18	14	-1.51%

2.5 Fehlerdiskussion

- Bei Teilchen, die sich schnell bewegen ist die Geschwindigkeitsmessung nur ungenau möglich.
- Die Kamera zur Beobachtung der Öltröpfchenkammer zeigt stets nur einen Teil des Beobachtungsbereiches scharf. Der Kontrast erlaubt nur bei verhältnismäßig großen Tropfen eine Messung.
- Da die Kammer selten 100% waagrecht steht, fallen Tröpfchen aus dem Beobachtungsbereich heraus.

3 Theoretischer Hintergrund

3.1 Aufgabe: Rechnen Sie die Einheit Torr cm in Pa m um

$$1 \text{ Torr} = 1 \text{ mm Hg-Säule} = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (13)$$

$$\Rightarrow 1 \text{ Torr cm} = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 13579 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 = 1.33 \text{ Pa m} \quad (14)$$

3.2 Frage: Was verstehen Sie unter Elektrophorese, was unter elektrokinetischen Erscheinungen an Membranen?

- In einer nichtleitenden Flüssigkeit werden suspendierte geladene Teilchen durch ein elektrisches Feld in Bewegung versetzt. Ihr Bewegungssinn hängt nicht nur von ihrer Gesamtladung ab, sondern auch von deren Verteilung in der Flüssigkeit. Die Oberflächenladung influenziert eine eng anliegende Gegenionenwolke. Bei der *Elektrophorese* wandern nicht nur die Teilchen sondern auch die influenzierte Gegenionenwolke.
- Unter *elektrokinetische Erscheinungen* versteht man das Auftreten von Spannungen, die dadurch entstehen, dass Membranen unterschiedliche Ionen verschieden gut durchlassen.

3.3 Bestimmung der Elementarladung mittels der Faraday'schen Elektrolyse-Gesetze

Zur elektrolytischen Abscheidung von 1 mol H₂ ist die Ladung

$$Q = 2e \cdot N_A$$

notwendig. N_A ist die Avogadro-Konstante¹. Das Produkt $e \cdot N_A$ heißt Faraday-Konstante F .

3.3.1 Bestimmung der Avogadro-Konstanten

- Bringt man einen Tropfen Ölsäure auf Wasser, so breitet dieser sich auf der Oberfläche aus und bildet einen monomolekularen Film. Die Dicke der Schicht d entspricht also annähernd dem Durchmesser eines Ölsäuremoleküls. In einer Näherung nimmt man nun an, dass ein Ölsäuremolekül das Volumen d^3 einnimmt. Bei bekanntem Gesamtvolumen kann man daher die Anzahl der Ölsäuremoleküle und bei Umrechnung auf 1 mol den Wert der Avogadro-Konstanten N_A berechnen.
- M. Faraday stellte 1833 fest, dass die abgeschiedene Stoffmenge n proportional der durch den Elektrolyten geflossenen Ladung Q ist (1. Faraday'sches Gesetz). Somit ist die Ladung, die bei einer Elektrolyse durch den Elektrolyten fließt, ein direktes Maß für die abgeschiedene Stoffmenge. Durch Messen der bei einer Elektrolyse abgeschiedenen Masse und der dafür benötigten Ladung kann die Anzahl der an der Elektrode abgeschiedenen Teilchen berechnet werden; durch Umrechnung auf 1 mol erhält man somit die Avogadro-Konstante N_A .

4 Anhang

4.1 Literatur

- Wikipedia, die freie Enzyklopädie
<http://de.wikipedia.org>

¹im deutschen Sprachraum auch: Loschmidt-Zahl

- Beste: Versuchsanleitungen zum physikalischen Anfängerpraktikum
1994
- unbekannter Autor: Elektrolyse, Gasgesetz, Bestimmung der Faraday-Konstanten
http://www.physik.uni-freiburg.de/Fakultaet/info/praktika/mediziner/anleitung/MP_Versuch_19.pdf
- Walter Wagner: Avogadro-Konstante und Methoden zu ihrer Bestimmung
<http://www.uni-bayreuth.de/departments/didaktikchemie/umat/avogadro/avogadro.htm>
- David Städter: Elementarladung nach Millikan
2002
- Prof. Dr. Horst Stöcker: Taschenbuch der Physik
Verlag Harri Deutsch, 5. Auflage, 2004