

Physikalisches Anfängerpraktikum  
an der Universität Konstanz:

**Auflösungsvermögen des Prismas**

Experiment durchgeführt am 25.04.2005

Jan Korger, Studiengang Physik-Diplom  
Marc Weber, Studiengang Physik-Diplom

## 1 Theorie

### 1.1 Brechungsgesetz von Snellius

Ein Lichtstrahl wird gebrochen, das heißt er ändert seine Richtung, wenn er von einem transparenten Medium in ein anderes übergeht. 1618 stellte Willebrord Snellius erstmals das Brechungsgesetz auf: Es beschreibt den Zusammenhang zwischen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $c_1$ ,  $c_2$ , die vom Medium abhängt, und dem Ein- bzw. Ausfallswinkel  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  zur Normalen der Grenzfläche hin gemessen. Außerdem ordnet es den Medien spezifische dimensionslose Brechungsindizes  $n_1$ ,  $n_2$  zu, die für den Übergang von Medium 1 zum Medium 2 zur relativen Brechzahl  $n_{1,2}$  zusammengefasst werden können.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{1,2} \quad (1)$$

Das Medium mit dem größeren Brechungsindex heißt optisch dichter. Vakuum und näherungsweise Luft haben den Brechungsindex  $n_{\text{Vakuum}} = 1$ .

### 1.2 Dispersion

Dispersion hat in Physik, Chemie und Vogelkunde unterschiedliche Bedeutungen. In der Physik versteht man darunter die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge  $\lambda$ , formell geschrieben als

$$\frac{dn}{d\lambda} \quad (2)$$

### 1.3 Polarisation

Da es sich bei Licht um eine transversale Welle ( $\vec{E} \perp \vec{k}$ ) handelt benötigt man zur vollständigen Beschreibung Information über die Lage des Vektors  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ . Liegen alle Vektoren  $\vec{E}$  in einer Ebene (*Schwingungsebene*) spricht man von linear polarisiertem Licht. Alle  $\vec{E}$ -Vektoren sind dann parallel bzw. antiparallel. Die Richtung der Vektoren nennt man Polarisationsrichtung.

Im allgemeinen sind in Licht, z.B. dem einer Glühlampe, alle Polarisationsrichtungen vertreten – ohne jegliche Ordnung.

### 1.3.1 Polarisationsfilter

Filter, die aus unpolarisiertem Licht z.B. linear polarisiertes Licht machen, nennt man *Polarisatoren*. Dieselben Filter können auch zum Nachweis von Polarisationsseigenschaften dienen und heißen dann *Analysatoren*.

Ein linearer Polarisator lässt nur Licht mit einer bestimmten Schwingungsebene durch. Trifft dieses linear polarisierte Licht auf einen weiteren Polarisationsfilter, so hängt die durchgelassene Intensität vom Winkel  $\varphi$  zwischen den beiden Polarisationsrichtungen ab. Das linear polarisierte Licht, das auf den Analysator trifft, kann man in einen Anteil parallel und senkrecht zu dessen Durchlassrichtung aufteilen. Aus einer geometrischen Betrachtung erhält man sofort für Amplitude und Intensität in Durchlassrichtung:

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi \quad (3)$$

$$I_{\parallel} = I_0 \cos^2 \varphi \quad (4)$$

Amplitude und Intensität verschwinden offensichtlich 0 für  $\varphi = 90^\circ$ . Wir nutzen dies, um die Intensität zu verringern.

Zur Polarisation lässt sich jede Anordnung verwenden, bei der nur eine lineare polarisierte Komponente (mit einer definierten Polarisationsrichtung) des einfallenden Lichtes transmittiert bzw. reflektiert wird.<sup>1</sup>

Klassische Polarisatoren sind optisch anisotrope Kristalle. Diese sind sehr häufig aus Calcit, einem farblosen, transparenten Material, hergestellt. Die Polarisation kommt hier zu Stande, da die Dispersion, d.h. die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex, von der Strahlrichtung abhängt. Ursache für die Dispersion ist die Tatsache, dass bestimmte Wellenlängenbereiche absorbiert werden können.<sup>2</sup> Diese liegen bei farblosen Materialien außerhalb des sichtbaren Spektrums.

Sind sie jedoch im sichtbaren Bereich und liegen auch noch innerhalb des Sichtbaren für verschiedene Strahlrichtungen bei unterschiedlichen Wellenlängen, erscheint die Substanz farbig und die Farbe hängt von der Polarisationsrichtung ab. Diesen Effekt bezeichnet man als "Dichroismus".<sup>3</sup>

In Polarisationsfilterfolien finden sich orientiert angeordnete kleine Kristallnadeln aus eben solchen dichroitischen Materialien, wie beispielsweise Herapathit.

## 1.4 Prisma

### 1.4.1 Prismenspektrometer

Eine Anordnung aus Lichtquelle, Spaltblende, Prisma und Vergrößerungsobjektiv, welches drehbar auf einer Skala gelagert ist, so dass man den Ablenkwinkel einer Spektrallinie bestimmen, bezeichnet man üblicherweise als Prismenspektrometer<sup>4</sup>.

Bei Kenntnis des Brechungsindex des Prismas kann man die Wellenlänge der Spektrallinie ermitteln.

### 1.4.2 Ablenkungswinkel des Prismas

Licht trifft am Prisma auf die Grenzfläche zwischen Luft und Glas, durchquert dann das Prisma (auf ein wenig abgelenkter Bahn) und verlässt das Prisma wieder mit einem Übergang von Glas zu Luft. Aus (1) mit  $n_{\text{Luft}} = 1$  folgt also

$$n_P = \frac{\sin \alpha_{e1}}{\sin \alpha_{e2}} = \frac{\sin \alpha_{a1}}{\sin \alpha_{a2}} \quad (5)$$

wobei  $n_P > 1$  die Brechungszahl des Prismas und Größen mit dem Index  $e$  den einfallenden, Größen mit  $a$  den aus dem Prisma austretenden Strahl bezeichnen.

<sup>1</sup>vgl. Brewster-Winkel

<sup>2</sup>Es werden die Frequenzen absorbiert, die den Eigenfrequenzen der (als schwingungsfähiges System beschriebenen) Elektronen der Atome ungefähr gleich sind. Eine ausführliche Diskussion würde den Rahmen dieser Ausarbeitung sprengen.

<sup>3</sup>Zweifarbigekeit

<sup>4</sup>im Süddeutschen auch "Prismenspektroskop"

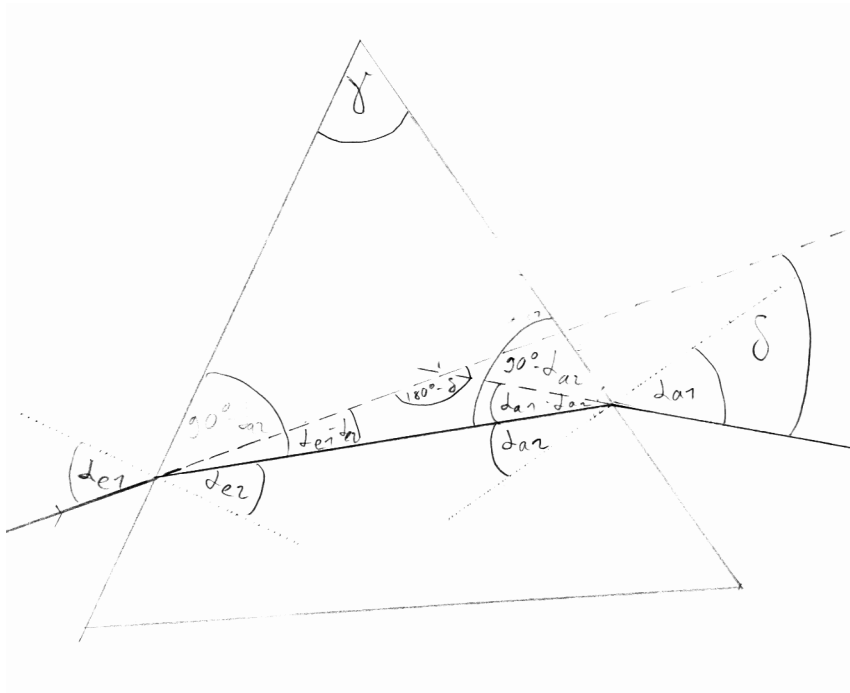


Abbildung 1: Ablenkungswinkel des Prismas

Die Ablenkung des austretenden Strahls gegenüber dem einfallenden bezeichnet man als  $\delta$ . Es gilt (Winkelsumme im Dreieck, siehe Abbildung 1):

$$(90^\circ - \alpha_{e2}) + (90^\circ - \alpha_{a2}) + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \gamma = \alpha_{e2} + \alpha_{a2} \quad (6)$$

sowie (Winkelsumme im Dreieck, siehe Abbildung 1):

$$(180^\circ - \delta) + (\alpha_{e1} - \alpha_{e2}) + (\alpha_{a1} - \alpha_{a2}) = 180^\circ \Rightarrow -\delta + \alpha_{e1} + \alpha_{a1} - \alpha_{e2} - \alpha_{a2} = 0^\circ \quad (7)$$

mit (6):

$$\delta = \alpha_{e1} + \alpha_{a1} - \gamma \quad (8)$$

Um die Abhängigkeit vom Ausfallwinkel zu eliminieren berechnet man aus (5) und (6):

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{a1} &= n_P \sin \alpha_{a2} = n_P \sin(\gamma - \alpha_{e2}) \\ \text{[Additionstheorem]} \quad &= n_P (\sin \gamma \cos \alpha_{e2} - \cos \gamma \sin \alpha_{e2}) \\ \text{[} \sin^2 + \cos^2 = 1 \text{]} \quad &= n_P \left( (\sin \gamma) \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{e2}} - \cos \gamma \sin \alpha_{e2} \right) \end{aligned}$$

Mit  $n_P \cdot \sin \alpha_{e2} = \sin \alpha_{e1}$  erhält man schließlich den Ablenkungswinkel  $\delta$ :

$$\sin \alpha_{a1} = n_P \cdot (\sin \gamma) \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{e2}} - \cos \gamma \sin \alpha_{e1} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \delta = \alpha_{e1} + \arcsin \left( n_P (\sin \gamma) \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{e2}} - \cos \gamma \sin \alpha_{e1} \right) - \gamma \quad (10)$$

### 1.4.3 Minimaler Ablenkungswinkel $\delta_{\min}$

Man bestimmt das Minimum der Funktion  $\delta(\alpha_{e1})$ . Notwendige Bedingung hierfür ist (mit (8)):

$$\frac{\partial \delta}{\partial \alpha_{e1}} = 0 \quad (11)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \alpha_{e1}}{\partial \alpha_{e1}} + \frac{\partial \alpha_{a1}}{\partial \alpha_{e1}} + \frac{\partial \gamma}{\partial \alpha_{e1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{\partial \alpha_{a1}}{\partial \alpha_{e1}} + 0 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \alpha_{a1}}{\partial \alpha_{e1}} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \alpha_{a1}}{\partial \alpha_{e1}} = \frac{\partial \alpha_{a1}}{\partial \alpha_{a2}} \cdot \frac{\partial \alpha_{a2}}{\partial \alpha_{e2}} \cdot \frac{\partial \alpha_{e2}}{\partial \alpha_{e1}} = -1 \quad (12)$$

Aus (6) folgt:

$$\alpha_{a2} = \gamma - \alpha_{e2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \alpha_{a2}}{\partial \alpha_{e2}} = -1 \quad (13)$$

Aus (5) erhält man durch Differenzieren ( $i := e, a$ ):

$$\sin \alpha_{i1} = n_P \cdot \sin \alpha_{i2}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha_{i1} \cdot \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial \alpha_{i2}} = n \cdot \cos \alpha_{i2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial \alpha_{i2}} = n \cdot \frac{\cos \alpha_{i2}}{\cos \alpha_{i1}} \quad (14)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial \alpha_{i1}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \alpha_{i1}}{\cos \alpha_{i2}} \quad (15)$$

Einsetzen von (14), (13) und (15) in (12) liefert:

$$\frac{\partial \alpha_{a1}}{\partial \alpha_{e1}} = n \cdot \frac{\cos \alpha_{a2}}{\cos \alpha_{a1}} \cdot (-1) \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \alpha_{e1}}{\cos \alpha_{e2}} = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos \alpha_{a2}}{\cos \alpha_{a1}} = \frac{\cos \alpha_{e2}}{\cos \alpha_{e1}}$$

$$[\cos^2 = 1 - \sin^2] \quad \Leftrightarrow \frac{1 - \sin^2 \alpha_{a2}}{1 - \sin^2 \alpha_{a1}} = \frac{1 - \sin^2 \alpha_{e2}}{1 - \sin^2 \alpha_{e1}} \quad (16)$$

Mit Hilfe von (5) lässt sich das weiter umformen:

$$\frac{1 - \frac{1}{n_P} \sin^2 \alpha_{a1}}{1 - \sin^2 \alpha_{a1}} = \frac{1 - \frac{1}{n_P} \sin^2 \alpha_{e1}}{1 - \sin^2 \alpha_{e1}}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{n_P} \sin^2 \alpha_{a1}\right) \cdot (1 - \sin^2 \alpha_{e1}) = \left(1 - \frac{1}{n_P} \sin^2 \alpha_{e1}\right) \cdot (1 - \sin^2 \alpha_{a1})$$

$$\Leftrightarrow 1 - \sin^2 \alpha_{e1} - \frac{\sin^2 \alpha_{a1}}{n_P} + \frac{\sin^2 \alpha_{a1} \cdot \sin^2 \alpha_{e1}}{n_P} = 1 - \sin^2 \alpha_{a1} - \frac{\sin^2 \alpha_{e1}}{n_P} + \frac{\sin^2 \alpha_{e1} \cdot \sin^2 \alpha_{a1}}{n_P}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha_{a1} = \sin^2 \alpha_{e1} \quad (17)$$

Wegen  $\alpha_{e1}, \alpha_{a1} \in [0^\circ; 90^\circ]$  folgt daraus, dass der Ablenkungswinkel  $\delta$  genau dann minimal wird wenn Ein- gleich Ausfallswinkel ist:

$$\alpha_{e1} = \alpha_{a1} \quad (18)$$

Man sagt dann, der Strahlengang ist symmetrisch.

Mit (8) folgt:

$$\alpha_{e1} = \alpha_{a1} = \frac{\delta_{\min} + \gamma}{2} \quad (19)$$

### 1.4.4 spektrales Auflösungsvermögen

Unter dem Auflösungsvermögen eines Spektrometers versteht man die Wellenlängendifferenz  $\Delta\lambda$ , die gerade noch getrennt werden kann; sie ist im Allgemeinen wellenlängenabhängig.

Das Prisma wird stets mit einem eng begrenzten, parallelen, Strahlenbündel beleuchtet, damit scharfe Linien zu erkennen sind. Wie wir jedoch spätestens seit dem Versuch "Beugung am Einzelspalt" wissen, treten bei schmalen Spalten Beugungserscheinungen auf.

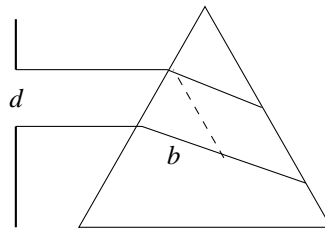


Abbildung 2: effektive Basislänge  $b_{\text{eff}}$

Formell schreibt man mit der Breite  $d$  des Beleuchtungsspalt und der effektiven Basislänge  $b$ , das ist bei einem vollständig ausgeleuchteten Prisma gleich dessen Basis (teilweise beleuchtetes Prisma siehe Abbildung 2), und der Winkeldispersions  $\frac{d\alpha}{d\lambda}$ :

$$A := \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = d \cdot \left| \frac{d\alpha(\lambda)}{d\lambda} \right| = b_{\text{eff}} \cdot \left| \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \right| \quad (20)$$

### 1.5 Halbwinkelführung

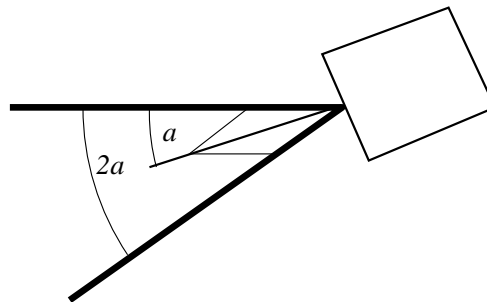


Abbildung 3: Halbwinkelführung

Bei der Durchführung des Versuches könnte ein Halbwinkelführung sehr nützlich sein, da der Strahlengang beim "minimalen Ablenkungswinkel" symmetrisch ist. Der Winkel zum Prisma  $\alpha$  muss sich entsprechend dem Winkel  $2\alpha$  zwischen den beiden Armen, die die restliche Optik tragen, ändern. Hierzu genügt eine simple Mechanik gemäß Abbildung 3: Der Tisch, auf dem das Prisma steht, ist fest mit einem Stab verbunden. Den Stab verbinden je zwei Stege gleicher Länge mit den Armen. Sie sind an den Armen drehbar, aber ortsfest befestigt; die Verbindung mit dem Stab zum Prisma ist beweglich.

## 2 Experiment

Dieser Abschnitt vereint auf wundersame Weise Durchführung, Auswertung und Fehlerbetrachtung.

## 2.1 Basislänge des Prismas

Die Basislänge des Prismas wurde mit einer Schieblehre mit Nonius bestimmt:  $b_{\text{Prisma}} = (5.91 \pm 0.02)$  cm. Sie Grundfläche des Prismas ist ein gleichseitiges Dreieck.

## 2.2 Messung der Dispersion des Prismas

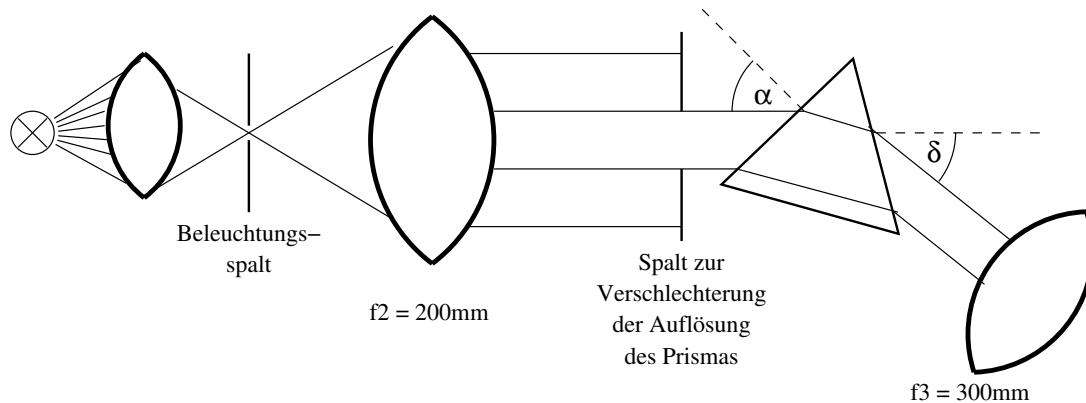


Abbildung 4: Versuchsaufbau und Strahlengang

Der Aufbau wird im Wesentlichen durch Abbildung 4 beschrieben. Wir verwenden zusätzlich zwei Polarisatoren zur Regulierung der Intensität, hier allerdings noch keinen “Spalt zur Verschlechterung der Auflösung”. Für die grüne und die gelbe<sup>5</sup> Linie des messen (und notieren) wir je den Winkel  $\delta$  wie eingezeichnet. Daraus erhalten wir nach (19)  $\Delta\alpha = \frac{1}{2}(\delta_{\text{grün}} - \delta_{\text{gelb}}) = (0.4 \pm 0.1)^\circ = (0.0070 \pm 0.0017)$  rad und  $\bar{\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2}(\delta_{\text{grün}} + \delta_{\text{gelb}}) + \gamma \right) = 61.15^\circ = 1.067$  rad Am Nonius kann man bestenfalls mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.1^\circ$  ablesen. Beide absoluten Fehler addieren sich, der Faktor  $\frac{1}{2}$  halbiert auch den Fehler.

Daraus erhält man mit  $d = b \cos \alpha$  aus (20) und  $\Delta\lambda = \lambda_{\text{gelb}} - \lambda_{\text{grün}} = (31.94 \pm 1.05)$  nm<sup>6</sup> für die Dispersion:

$$\left| \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} \right| = \cos \bar{\alpha} \left| \frac{\Delta \alpha}{\Delta \lambda} \right| = (105749 \pm 29913) \text{ m}^{-1} \quad (21)$$

(Relative Fehler addieren sich.)

## 2.3 Messung der minimalen Spaltbreite, für die die gelbe und die grüne Linie gerade noch getrennt werden können

Wir verringern die Breite des “Spaltes zur Verschlechterung des Auflösungsvermögens” so lange bis zwischen den beiden zentralen Beugungsmaxima (vgl. Einzelspaltbeugung) noch eine haarfeinere schwarze Linie bleibt.

Zur Messung der Spaltbreite entfernen wir zunächst den Beleuchtungsspalt, so dass die Beugungserscheinungen verschwinden, und das Prisma (siehe Abbildung 5). Der “Verschlechterungsspalt” bleibt an seiner Stelle, d.h. dort, wo er war.<sup>7</sup> Es entsteht ein scharfes Bild des Spaltes im Okular (bei  $\delta = 0$ ). Wir messen dessen scheinbare Breite  $d_\star = (16.66 \pm 2.34)$  mm.

Die Kombination aus beiden Sammellinsen  $f_3$  und  $f_4$  (im Abstand der Summe ihrer Brennweiten) bildet den Spalt mit einer Vergrößerung von  $\frac{f_3}{f_4} = 12$  ab. Die wahre Spaltbreite beträgt folglich:  $d = \frac{1}{12} \cdot d_\star = (1.39 \pm 0.20)$  mm

<sup>5</sup>Wir konnten nur eine gelbe Linie erkennen. Möglicherweise waren beide Linien verschmiert.

<sup>6</sup>Die Ungenauigkeit rührt daher, dass wir nicht wissen, welche der gelben Linien wir vermessen haben.

<sup>7</sup>So war die Anleitung wohl nicht gemeint.

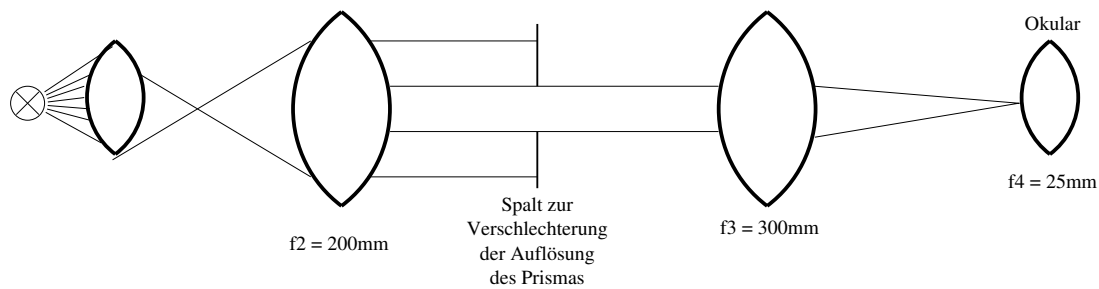


Abbildung 5: Aufbau zur Messung der Spaltbreite

## 2.4 Ermittlung des spektralen Auflösungsvermögens des Prismas

Nach (20) erhält man das Auflösungsvermögen entweder aus Spaltbreite  $d$  und Winkeldispersion:

$$A_{\text{theoretisch}} = d \cdot \left| \frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda} \right| = 305 \pm 130 \quad (22)$$

(relative Fehler addieren sich) oder aus der gerade noch aufgelösten Wellenlängendifferenz mit  $\bar{\lambda} = \frac{1}{2}(\lambda_{\text{gelb}} + \lambda_{\text{grün}}) = (562.20 \pm 0.53) \text{ nm}$ :

$$A_{\text{experimentell}} = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} = 17.6 \pm 0.6 \quad (23)$$

Der letzte Wert ist bei uns deshalb so klein, weil wir die Auflösung durch Verringerung der ‘‘Verschlechterungsspaltbreite’’ eben so lange vermindert hatten, bis zwei relativ weit entfernten Spektrallinien (grün und gelb) nicht mehr aufgelöst werden konnten. Es bleibt zu diskutieren, warum der theoretische Wert (auch im Rahmen der Fehlerabschätzung) deutlich höher liegt:

- Das Prisma hat viele Macken und es gibt im AP immer Störlicht. Es ist nicht zu erwarten, dass das gemessene Auflösungsvermögen den theoretischen Wert erreicht.
- Aufgrund der missverständlich formulierten Anleitung und der am Versuchstag allgemeinen herrschenden Verwirrung, wurde von der vorgeschlagenen Messmethode abgewichen:
  - Statt den zwei gelben Linien wurde eine viel weiter entfernte grüne Linie verwendet. Das führt nicht nur zu einem größeren  $\Delta\lambda$  und  $\Delta\alpha$  und damit zu einem größeren Fehler, da wir die Dispersion als konstant auf  $\Delta\lambda$  annahmen, sondern auch zu einem schmaleren, d.h. schwieriger zu vermessenden ‘‘Verschlechterungsspalt’’.
  - Der ‘‘Verschlechterungsspalt’’ wurde nicht wie vorgesehen vermessen. Der Vergrößerungsfaktor darf als grobe Schätzung gelten. (Der Abstand der Linsen ist genau genommen nicht bekannt. Nur auf Grund der Tatsache, dass ein scharfe Bild entstand, lässt sich auf deren (korrekten) Abstand schließen.)
- Bei der Vermessung des Spaltes war im Okular der Messspindel dessen Begrenzung nicht eindeutig auszumachen. Außerdem kennen wir den Fehler der Messspindel nicht.
- Die Genauigkeit des Winkelsonius kann schlechter sein als angenommen.
- Das Minimum der Ablenkung wurde nach Augenmaß für jede der Spektrallinien getrennt bestimmt. Auf die geniale Erfinden der Halbwinkelführung wurde auf Anraten des Betreuers verzichtet. Das verschlechtert  $\Delta\alpha$  noch stärker.

Betrachtet man die errechnete Abweichung von  $A_{\text{theoretisch}}$ , so fällt auf, dass hierfür vor allem der Fehler von  $\Delta\alpha$  verantwortlich ist. Gerade dessen Bestimmung unterliegt jedoch starken Unsicherheiten, so dass wir möglicherweise einen noch größeren Fehler für  $A_{\text{theoretisch}}$  annehmen müssen.

### 3 Fragen und Aufgaben

#### 3.1 theoretisch maximal erreichbares Auflösungsvermögen

Ist das Prisma ganz ausgeleuchtet ist  $b_{\text{eff}} = b_{\text{Prisma}}$  aus 2.1. Mit (21) erhält man:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = b \cdot \left| \frac{dn}{d\lambda} \right| = 6250 \pm 1789 \quad (24)$$

(Relative Fehler addieren sich.)

Daraus erhält man:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{A} = (0.092 \pm 0.026) \text{ nm} \quad (25)$$

Man kann also theoretisch die Wellenlänge von gelbem Licht auf vier signifikante Stelle bestimmen.

#### 3.2 $\Delta\lambda$

siehe oben

#### 3.3 anomale Dispersion

Anomale Dispersion tritt dann auf, wenn das Material im entsprechenden Frequenzbereich absorbiert. Durchsichtige Körper absorbieren im sichtbaren Spektrum nicht. Anomale Dispersion spielt daher praktisch keine Rolle.

#### 3.4 Malu'sches Gesetz

siehe 1.3.1

## A Literatur

- Bernd-Uwe Runge: Versuchsanleitungen zum physikalischen Anfängerpraktikum  
<http://ap.physik.uni-konstanz.de/Anleitungen.html>
- Wikipedia, die freie Enzyklopädie  
<http://de.wikipedia.org>
- Dieter Meschede: Gerthsen – Physik  
21. Auflage, 2002, Springer
- zahlreiche eigene Optik-AP-Protokolle